



Nietrost Bernhard

bernhard.nietrost@htl-steyr.ac.at

Überholen mit konstanter Geschwindigkeit



- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:
 - Modellieren kinematischer Vorgänge, graphische Darstellung von Funktionen
- Kurzzusammenfassung
 - Simulation eines Überholvorgangs im Straßenverkehr
- Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand: [*optional*]
 - Verbindung der Gegenstände Physik und Mathematik um die Auswirkungen der einzelnen Beteiligten auf den Überholvorgang darzustellen.
- Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):
 - Physik, Fachgegenstände des Ausbildungsschwerpunktes
Maschineningenieurwesen Kraftfahrzeugbau
- Mathcad-Version:
 - Mathcad 15
- Literaturangaben: [*optional; sehr erwünscht*]
 -
- Anmerkungen bzw. Sonstiges: [*optional*]
 - Das vorliegende Dokument entstand aus eigenen Unterrichtsvorbereitungen in Zusammenarbeit mit dem Ingenieurbüro Dr. Kordon in Steyr (Rekonstruktion von Unfällen, Schadensanalyse, Sachverständiger in kraftfahrzeugtechnischen Belangen).
Ziel der Zusammenarbeit war unfallrelevante wichtige kinematische Vorgänge einerseits mit dem zugehörigen theoretischen Hintergrund der Sachverständigenanalyse abzubilden und andererseits die Auswirkungen auf das praktische Verkehrsgeschehen darzustellen.
Das vorliegende Dokument ist für den Unterrichtseinsatz in Physik als auch in fachtheoretischen Gegenständen und für entsprechende weiterführende Kurse des Ingenieurbüros Dr. Kordon gedacht.



Der Überholvorgang

Die Betrachtung eines Überholvorgangs geht von bekannten Größen aus wie Geschwindigkeiten und eventuelle Beschleunigungen der Beteiligten, Längen der Fahrzeuge, Sicherheitsabstände zwischen den Fahrzeugen und ermittelt daraus die beiden wichtigen Kennwerte des Überholvorgangs.

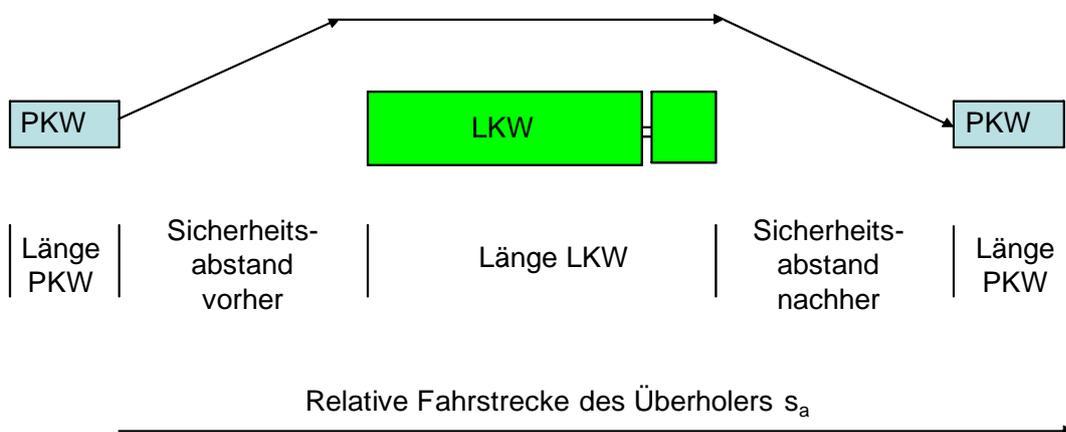
- der Überholweg $s_{\text{Ü}}$ (jene Strecke, die der Überholer während des Überholvorgangs zurücklegt.)
- die Überholsicht s_w (die für den gefahrlosen Überholvorgang erforderliche Sichtweite. Vor allem dieser Wert ist für den Überholer wichtig, da er Aufschluss gibt ob ein Überholvorgang überhaupt möglich ist!).

Im folgenden wird einer der möglichen Fälle des Überholens betrachtet.

- Überholen mit konstanter Geschwindigkeit des Überholers und des Überholten. (das heißt der Überholer hat bereits am Anfang des Manövers die zum Überholen erforderliche Geschwindigkeit - zB. wenn er im "Vorbeifahren" überholt.)

Amerkung: Die Zahlen in den grauen Feldern können verändert werden. Die Berechnung wird dann mit den neuen Zahlen durchgeführt. Die Ergebnisse sind in gelb hinterlegten Feldern.

Schematische Skizze des Überholvorgangs



Überholen mit konstanter Geschwindigkeit

In diesem Fall müssen folgende Werte bekannt sein:

Länge des LKW - Zuges:	LKW_Länge := 17m
Länge des PKW:	PKW_Länge := 5m
Geschwindigkeit des LKW:	$v_{\text{LKW}} := 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
Geschwindigkeit des PKW:	$v_{\text{PKW}} := 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
Geschwindigkeit des Gegenverkehrs:	$v_{\text{Gegen}} := 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Um die nachfolgende Berechnung zu verstehen ist nur eine einfache Formel erforderlich:

Weg = Geschwindigkeit · Zeit oder formal durch **$s = v \cdot t$** geschrieben.

Die verwendeten Einheiten sind entweder km, km/h und h oder m, m/s und s.

Die Umrechnung von km/h in m/s erfolgt durch die Zahl 3.6 (zB: $100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 27.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

Jene Strecke, die der Überholer mehr als der Überholte zurücklegen muss, ist von großer Bedeutung. Diese Strecke wird unter anderem als Aufholstrecke oder relative Fahrstrecke des Überholers bezeichnet.

Diese Differenzstrecke, die der PKW mehr als der LKW zurücklegt, setzt sich - siehe obige Skizze - aus der Länge der beiden Fahrzeuge und dem Sicherheitsabstand vorher bzw. nachher zusammen.

Da vor allem die Abstände vor und nach dem Überholmanöver in der Praxis (Sie beruhen in der Regel auf Beobachtungen allfälliger Zeugen) sehr schwer festzustellen sind, ist es für die Berechnung einfacher den gesetzlich vorgeschriebenen Mindestabstand zu verwenden. Dies ist der in ca. 0.8 bis 1 Fahrsekunde zurückgelegte Weg. Zu beachten ist, dass der Sicherheitsabstand immer in Bezug auf die Geschwindigkeit des nachfolgenden Fahrzeugs berechnet wird.

Weiters wird hier auch der Spurversatz durch den Fahrbahnwechsel nicht berücksichtigt, da er keine entscheidende Auswirkung auf das Ergebnis hat.

Somit lässt sich die Aufholstrecke berechnen:

$$s_a := \text{PKW_Länge} + v_{\text{PKW}} \cdot 0.8\text{s} + \text{LKW_Länge} + v_{\text{LKW}} \cdot 0.8\text{s}$$

Aufholstrecke: $s_a = 62 \text{ m}$

Die Dauer des Überholvorgangs ergibt sich durch Betrachtung des Überholmanövers aus Sicht des Überholten. Dieser stellt fest, dass der Überholer mit der Differenz der beiden Geschwindigkeiten vorbeifährt. Aus dem Aufholweg und der Differenz der Geschwindigkeiten kann die Überholzeit berechnet werden.

Differenz der Geschwindigkeiten: $\Delta v := v_{PKW} - v_{LKW}$

Diese ist $\Delta v = 5.56 \frac{m}{s}$ oder in km/h $\Delta v = 20 \cdot \frac{km}{h}$

Dauer des Vorgangs (mit der Formel $s = v \cdot t$): $t_{\ddot{U}} := \frac{s_a}{\Delta v}$

Die Überholzeit ist: $t_{\ddot{U}} = 11.2 s$

Der Überholweg ist der während des Überholvorgangs zurückgelegte Weg des Überholers auf der Straße. Er wird mit der Geschwindigkeit des Überholers und der Überholzeit berechnet

Überholweg (mit der Formel ($s = v \cdot t$): $s_{\ddot{U}} := v_{PKW} \cdot t_{\ddot{U}}$

ergibt: $s_{\ddot{U}} = 310 m$

Die Überholsicht ist die Summe des Überholweges und jener Strecke, die der Gegenverkehr während des Überholvorgangs zurücklegt.

Der Gegenverkehr legt während des Überholvorgangs die Strecke ($s = v \cdot t$):

$s_{Gegen} := v_{Gegen} \cdot t_{\ddot{U}}$ zurück. Dies sind: $s_{Gegen} = 310 m$

Zusammen mit dem Überholweg ergibt sich die **Überholsicht**:

$s_W := s_{\ddot{U}} + s_{Gegen}$ mit $s_W = 620 m$

Berechnungen zu den nachfolgenden Diagrammen:

Ausgehend von den im grauen Feld angegeben Werten wird nun die Funktion S_w definiert um die Überholzeit zu berechnen. In dieser Funktion sind die Berechnungen der letzten beiden Seiten zusammengefasst.

$$S_w(v_G, L_L, L_P, v_L, v_P) := \frac{L_L + L_P + 0.8 \cdot s \cdot (v_L + v_P)}{(v_P - v_L)} \cdot (v_P + v_G)$$

Berechnung der Überholzeit für verschiedene Längen $L_l := \begin{pmatrix} 5 \\ 12.5 \\ 15 \\ 17.5 \\ 20 \end{pmatrix}$ m des überholten Fahrzeugs.

$$WL := S_w(v_{Gegen}, L_l, PKW_Länge, v_{LKW}, v_{PKW}) \quad WL = \begin{pmatrix} 500 \\ 575 \\ 600 \\ 625 \\ 650 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Setzt man die Geschwindigkeit des Gegenverkehrs auf 0 km/h ergibt sich der Überholweg.

$$WLw := S_w(v_{Gegen} \cdot 0, L_l, PKW_Länge, v_{LKW}, v_{PKW}) \quad WLw = \begin{pmatrix} 250 \\ 287.5 \\ 300 \\ 312.5 \\ 325 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Vergleich der Überholzeit beim Überholen eines LKW im Vergleich zu einem PKW

$$\text{Steigerung} := \frac{S_w(v_{Gegen}, LKW_Länge, PKW_Länge, v_{LKW}, v_{PKW})}{S_w(v_{Gegen}, PKW_Länge, PKW_Länge, v_{LKW}, v_{PKW})} - 1 \quad \text{Steigerung} = 24 \cdot \%$$

Vergleich der Überholzeit bei verschiedenen Geschwindigkeiten des LKW $v_l := \begin{pmatrix} 70 \\ 75 \\ 80 \\ 85 \\ 90 \\ 95 \\ 99 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$

..... bei einer Geschwindigkeit des PKW von 100 km/h
und einer Geschwindigkeit des Gegenverkehrs von 100 km/h

$$WL1 := S_w \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 18\text{m}, 5\text{m}, v_l, 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

$$WL1 = \begin{pmatrix} 405 \\ 495 \\ 630 \\ 855 \\ 1304 \\ 2653 \\ 13444 \end{pmatrix} \text{ m}$$

..... bei einer Geschwindigkeit des PKW von 120 km/h
und einer Geschwindigkeit des Gegenverkehrs von 100 km/h

$$WL2 := S_w \left(100 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 18\text{m}, 5\text{m}, v_l, 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

$$WL2 = \begin{pmatrix} 287 \\ 324 \\ 371 \\ 431 \\ 511 \\ 623 \\ 751 \end{pmatrix} \text{ m}$$

..... bei einer Geschwindigkeit des PKW von 100 km/h
und einer Geschwindigkeit des Gegenverkehrs von 120 km/h

$$WL3 := S_w \left(120 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 18\text{m}, 5\text{m}, v_l, 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

$$WL3 = \begin{pmatrix} 446 \\ 545 \\ 693 \\ 940 \\ 1435 \\ 2919 \\ 14789 \end{pmatrix} \text{ m}$$

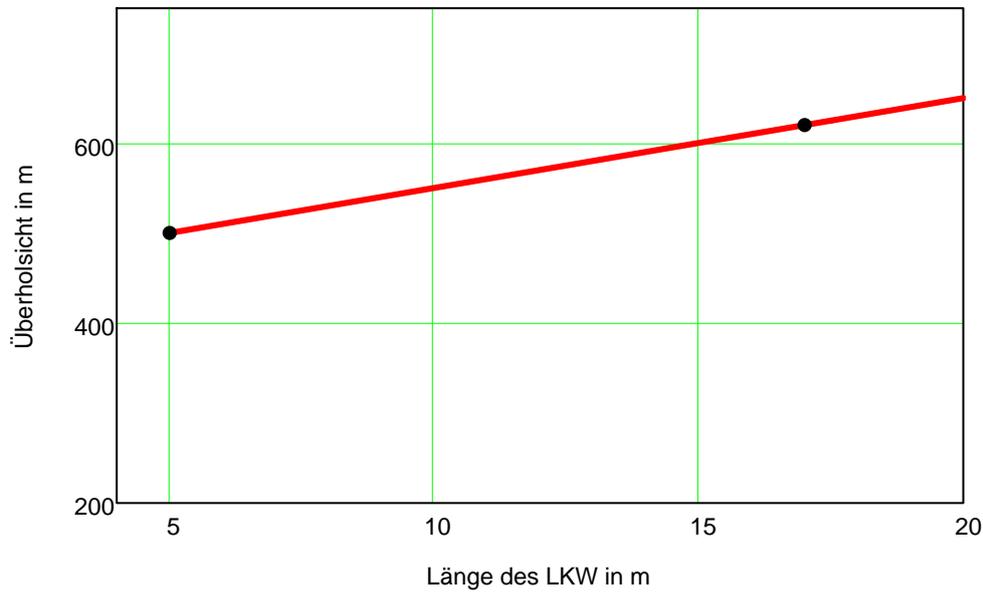
..... bei einer Geschwindigkeit des PKW von 120 km/h
und einer Geschwindigkeit des Gegenverkehrs von 120 km/h

$$WL4 := S_w \left(120 \frac{\text{km}}{\text{h}}, 18\text{m}, 5\text{m}, v_l, 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$$

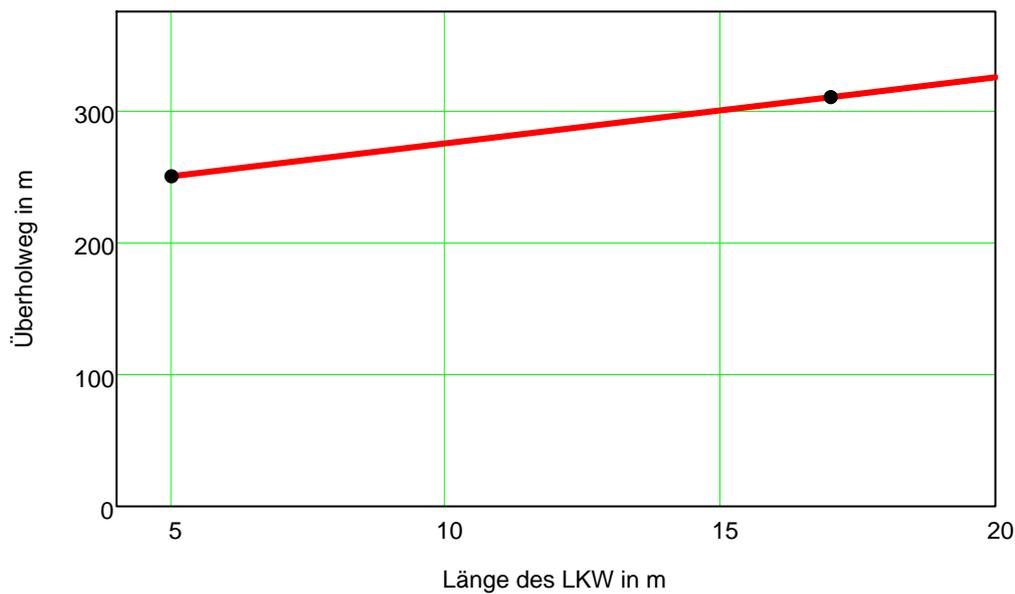
$$WL4 = \begin{pmatrix} 313 \\ 354 \\ 405 \\ 470 \\ 557 \\ 679 \\ 819 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Weiterführende Überlegungen

Überholzeit über der Länge des überholten Fahrzeugs

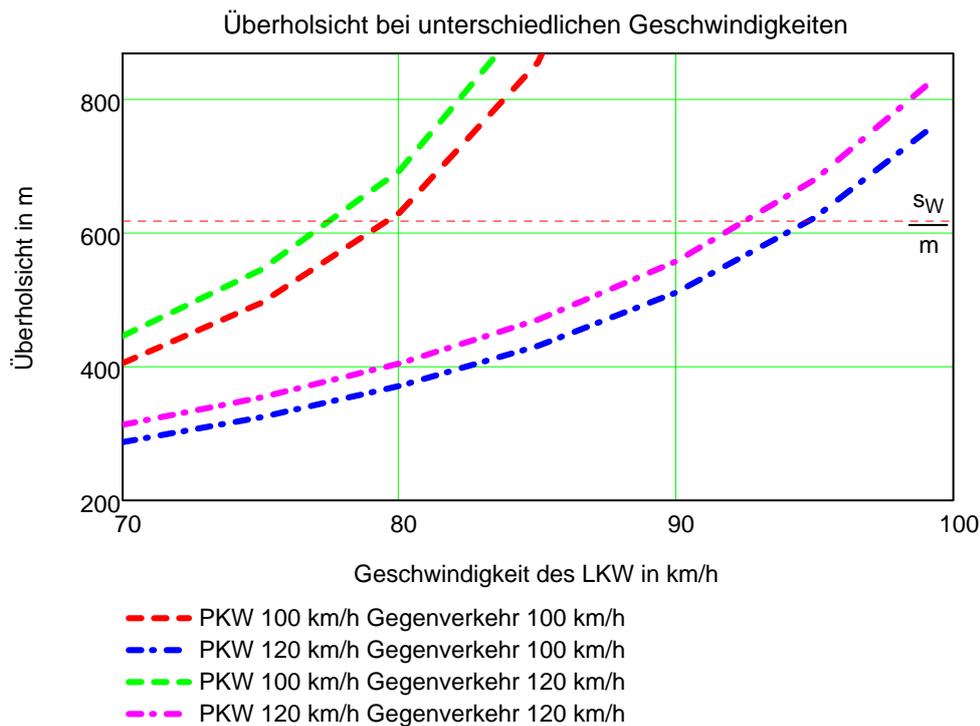


Überholweg über der Länge des überholten Fahrzeugs



Die beiden Diagramme zeigen, dass die Überholzeit und der Überholweg linear zunehmen, wenn das überholte Fahrzeug länger wird.

Die benötigte Sicht beim Überholen eines LKW-Zuges verglichen mit dem Überholen eines PKW zeigt eine prozentuale **Steigerung = 24 · %**. (Siehe schwarze Punkte im Diagramm)



Das Diagramm zeigt die benötigte Überholsicht auf der senkrechten Achse und die konstante Geschwindigkeit des LKW auf der waagrechten Achse.

Die waagrechte Linie bei $s_W = 620 \text{ m}$ (rot, dünn strichliert) ist die Referenzsichtweite eines Überholvorgangs mit 80 km/h Geschwindigkeit des LKW. Der PKW und der Gegenverkehr fahren 100 km/h.

Die vier Kurven stellen mögliche Geschwindigkeitsszenarien dar. (Siehe Legende des Diagramms)

- Eine geringere Geschwindigkeit des LKW (70 km/h lt. Gesetz für LKW mit Anhänger auf der B309 erlaubt) senkt die notwendige Überholsicht (um ca. 30% wenn der PKW die erlaubte Höchstgeschwindigkeit einhält) und leistet damit einen wichtigen Beitrag zur Sicherheit des Überholmanövers. (Siehe linke Seite des Diagramms)
Die Überholsicht ergibt zB. ca. 400 m wenn der Überholer und der Gegenverkehr die erlaubte Geschwindigkeit von 100 km/h einhalten. (im Vergleich zu 630m bei einer LKW-Geschwindigkeit von 80 km/h)
- Eine höhere LKW-Geschwindigkeit (zB. 90 km/h oder gar 100 km/h) verleitet den PKW ebenfalls zum schnelleren Fahren und zur Überschreitung der erlaubten Höchstgeschwindigkeit (zB. 120 km/h statt 100 km/h) um die für den Überholvorgang notwendige Geschwindigkeitsdifferenz zu haben. (Siehe rechte Seite des Diagramms)
Im Extremfall ergibt sich dadurch eine deutliche Erhöhung der Sichtweite auf ca. 800 m (bis zu 30 % mehr als der Referenzfall), wenn sowohl der Überholer (120 km/h), der Gegenverkehr (120 km/h) und der LKW (100 km/h) das Geschwindigkeitslimit nicht beachten.
- Zusammenfassend ergibt sich, dass es für sowohl für den PKW als den LKW einseitig Vorteile bringt, wenn **nur er** die Geschwindigkeit erhöht (Zeitersparnis und kürzerer Überholvorgänge beim PKW). Andererseits steigt das Gefahrenpotential deutlich an wenn **alle** Beteiligten (PKW, LKW, Gegenverkehr) ihre Geschwindigkeiten erhöhen. Abhilfe können in diesen Fall vermehrte und konsequente Geschwindigkeitskontrollen bringen.